2. REGIMUL PERMANENT SINUSOIDAL AL CIRCUITELOR ELECTRICE

2.1 MĂRIMI SINUSOIDALE –CARACTERIZARE, REPREZENTARE SIMBOLICĂ

Prin definiţie, o mărime sinusoidală este marimea a cărei variaţie în timp este descrisă de o expresie de forma:

$$x(t) = X_{\max} \sin(\omega t + \varphi) = X\sqrt{2}\sin(\omega t + \varphi) \tag{2.1}$$

În relaţia (2.1) mărimile care apar au următoarea semnificaţie:

- $X_{\max}$ – este *amplitudinea* sau valoarea de vârf a mărimii sinusoidale şi reprezintă valoarea maximă pozitivă a variaţiei *x(t)* în decursul unei perioade.
- X – este *valoarea efectivă* sau eficace a mărimii sinusoidale. Între amplitudine şi aceasta există, aşa cum se observă din relaţia (2.1), dependenţa: $X_{\max} = X\sqrt{2}$. Valoarea efectivă X este valoarea indicată de aparatele de măsură.
- ω – este *pulsaţia* sau frecvenţa unghiulară. Între pulsaţie şi frecvenţa (sau perioada) mărimii există relaţia:

$$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T} \tag{2.2}$$

- $\alpha=\omega t + \varphi$ – reprezintă faza la un moment dat (t oarecare). Pentru t=0 se obţine faza iniţială φ a mărimii sinusoidale.

Pentru a ilustra mai bine semnificaţia fizică a acestor mărimi vom reprezenta grafic variaţia în timp pentru o mărime sinusoidală:

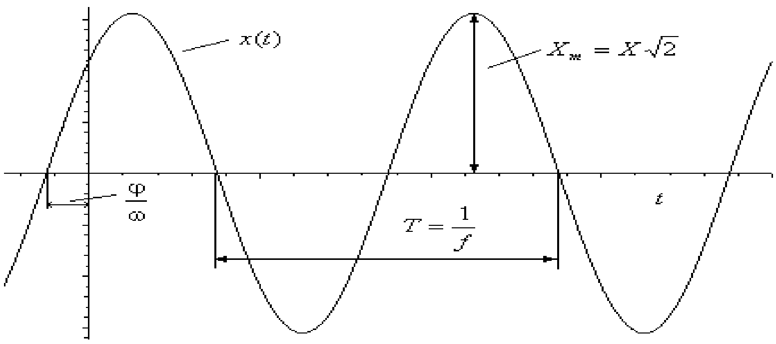


Fig.2.1 Mărimi şi valori caracteristice unei variaţii sinusoidale.

Prin definiţie, <u>*valoarea medie*</u> a unei mărimi periodice este valoarea expresiei dată de relaţia (2.2).

$$\langle x \rangle = \frac{1}{T}\int_{t_0}^{t_0+T} x(t)\,\mathrm{d}t = 0 \tag{2.3}$$

Aşa cum se poate observa din relaţia (2.3) pentru o mărime sinusoidală valoarea sa medie este nulă.

O mărime periodică de valoare medie nulă se numeşte *mărime alternativă*.

Definim <u>*valoarea efectivă*</u> sau eficace a mărimii - rădăcina pătrată a valorii medii a pătratului variaţiei respective.

$$X = \sqrt{\langle x^2 \rangle} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_{t_0}^{t_0+T} x^2(t)\,\mathrm{d}t} = \frac{X_{max}}{\sqrt{2}} \tag{2.4}$$

Pentru două mărimi sinusoidale de aceeaşi pulsaţie ω se defineşte <u>*defazajul*</u> φ ca diferenţa dintre fazele celor două mărimi sinusoidale – de fapt diferenţa dintre fazele lor iniţiale.

$$\begin{aligned} x_1(t) &= X_1\sqrt{2}\sin(\omega t + \varphi_1) \\ x_2(t) &= X_2\sqrt{2}\sin(\omega t + \varphi_2) \end{aligned} \qquad \varphi = (\omega t + \varphi_1) - (\omega t + \varphi_2) = \varphi_1 - \varphi_2 \tag{2.5}$$

În Fig. 2.2 se vizualizează defazajul pentru două mărimi de amplitudini şi faze iniţiale diferite:

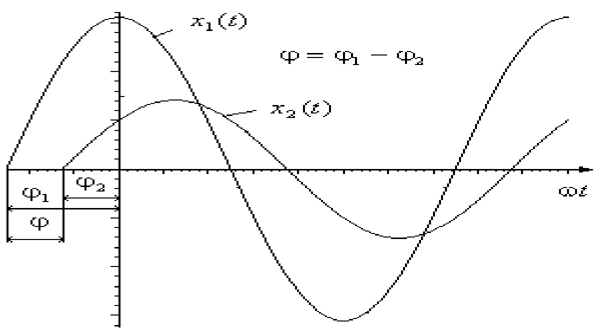


Fig. 2.2 Defazajul dintre două mărimi sinusoidale.

2.2 REPREZENTAREA COMPLEXĂ A MĂRIMILOR SINUSOIDALE

Pentru orice mărime sinusoidală *x(t)* de pulsaţie ω i se poate asocia în mod biunivoc un număr complex $\underline{X}$ numit şi complexul sau *imaginea complexă* a lui *x(t)*, de modul egal cu valoarea efectivă şi de argument egal cu faza iniţială a mărimii sinusoidale:

$$x(t) = X\sqrt{2}\sin(\omega t + \varphi) \Leftrightarrow \underline{X} = X\,\mathrm{e}^{\mathrm{j}\varphi} = X(\cos\varphi + \mathrm{j}\sin\varphi) \tag{2.6}$$

În relaţia (2.6) s-a notat $\mathrm{j} = \sqrt{-1}$ fiind numărul complex de modul unitate şi faza $\pi/2$. Acest mod de reprezentare analitică a mărimilor sinusoidale se numeşte reprezentare complexă. Acest tip de reprezentare permite şi o reprezentare în planul complex a mărimilor sinusoidale:

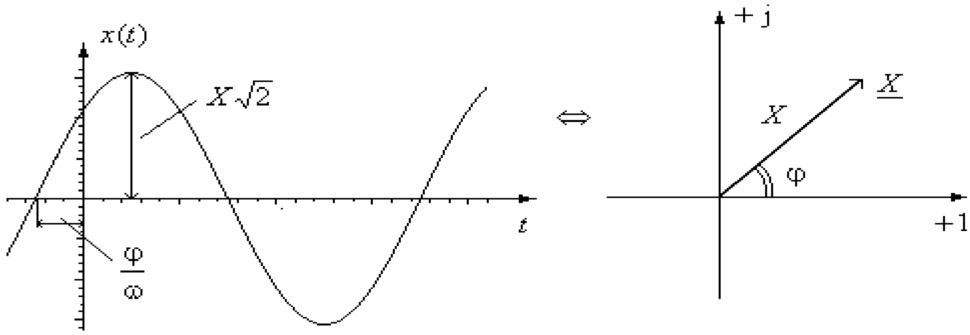


Fig.2.3 Reprezentarea complexă a mărimilor sinusoidale.

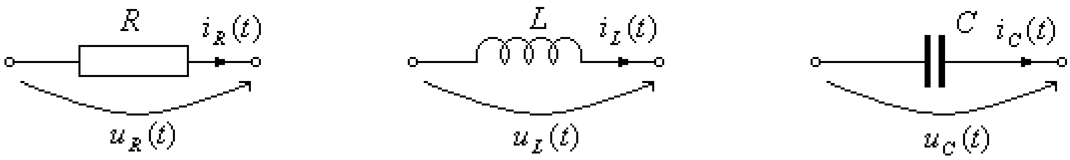
Această reprezentare este foarte utilă deoarece permite rezolvarea circuitelor electrice de curent alternativ sinusoidal mult mai uşor şi permite totodată o mai bună interpretare a rezultatelor obţinute.

Prin urmare, în prima fază, mărimile sinusoidale vor fi exprimate cu ajutorul numerelor complexe, apoi, după rezolvarea acestora, folosind în principal aceleaşi teoreme de echivalenţă şi metode de rezolvare ca şi în curent continuu, se va reveni în domeniul timp folosind biunivocitatea transformării în complex.

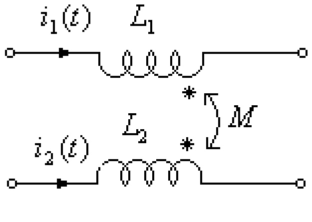
2.3 ELEMENTE DE CIRCUIT

Elemente pasive de circuit

În principal, aceste elemente de circuit sunt reprezentate de rezistorul, bobina, condensatorul şi bobinele cuplate mutual între ele, fiecare dintre acestea fiind caracterizate doar de un singur parametru constant, rezistenţa *R*, inductivitatea *L*, capacitatea *C*, respectiv inductivitatea mutuala de cuplaj *M*, care apare în plus faţa de parametrii celor două bobine cuplate între ele.



$$u_R(t) = R i_R(t) \qquad u_L(t) = L\frac{\mathrm{d}i_L(t)}{\mathrm{d}t} \qquad u_c(t) = \frac{1}{C}\int i_C(t)\,\mathrm{d}t$$



$$u_{L_1}(t) = L_1\frac{\mathrm{d}i_1}{\mathrm{d}t} \pm L_2\frac{\mathrm{d}i_2}{\mathrm{d}t}$$
$$u_{L_1}(t) = L_2\frac{\mathrm{d}i_2}{\mathrm{d}t} \pm L_1\frac{\mathrm{d}i_1}{\mathrm{d}t}$$

Fig.2.4 Elementele pasive de circuit

În Fig.2.4 s-au prezentat pentru fiecare element în parte ecuaţiile analitice ce le caracterizează.

În cazul bobinelor cuplate magnetic semnul dintre cei doi termeni este + dacă i_1 şi i_2 au acelaşi sens faţa de bornele polarizate, iar semnul este – dacă i_1 intră în borna polarizată, iar i_2 iese din borna polarizată sau invers.

Aşa cum este sensul curenţilor şi poziţia bornelor marcate în figură semnul este pozitiv.

Elementele active de circuit

Aceste elemente sunt generatorul ideal de tensiune şi generatorul ideal de curent.

<u>Generatorul ideal de tensiune</u> se caracterizează prin faptul că indiferent de valoarea intensităţii curentului care-l parcurge *i(t),* acesta furnizează la bornele sale o tensiune constantă *u(t)* egală cu valoarea tensiunii generatorului *e(t)*.

<u>Generatorul ideal de curent</u> se caracterizează prin faptul că indiferent de valoarea tensiunii de la bornele sale *u(t)* acesta injectează în circuit un curent a cărui intensitate constantă *i(t)* este egală cu valoarea curentului generatorului *j(t)*.

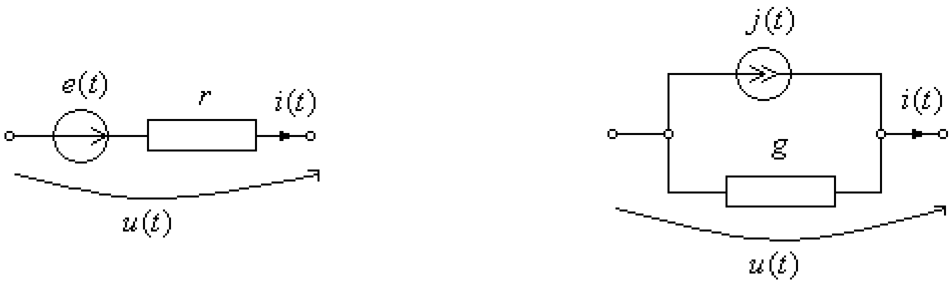
În Fig 2.5 sunt ilustrate simbolurile şi ecuaţiile de funcţionare ale generatoarelor ideale de tensiune şi curent.

$u(t)=e(t)$ $\qquad\qquad$ $i(t)=j(t)$

Fig.2.4 Generatoarele ideale de tensiune şi curent.

În cazul generatoarelor reale de tensiune şi curent în componenta acestora mai avem o rezistenţa interioară în serie cu generatorul de tensiune şi în paralel cu generatorul de curent.

În Fig.2.5 sunt reprezentate schemele echivalente ale acestor generatoare precum şi ecuaţiile lor de funcţionare.



$u(t)=e(t)-ri(t)$ $\qquad\qquad$ $i(t)=j(t)-gu(t)$

Fig. 2.5 Generatoarele reale de tensiune şi curent.

În circuitele electrice este de multe ori util să lucrăm un un singur tip de generator.

De aceea, este util să putem trece de la un tip de generator la celălalt.

Ecuaţiile de transformare se pot obţine uşor prin compararea expresiei tensiunii *u(t)* pentru cele două tipuri de generatoare:

$$\begin{cases} u(t) = e(t) - ri(t) \\ u(t) = rj(t) - ri(t) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} e(t) = ri(t) \\ j(t) = \dfrac{e(t)}{r} \end{cases} \quad g = \frac{1}{r} \tag{2.7}$$

Prima din relaţiile rezultate se foloseşte la trecerea de la generatorul de curent la cel de tensiune, cu legarea rezistenţei interioare în serie, iar a doua relaţie permite trecerea de la generatorul de tensiune la cel de curent cu legarea rezistenţei interioare în paralel cu generatorul.

2.4. IMITANŢE COMPLEXE

Rezolvarea circuitelor electrice de curent alternativ periodic sinusoidal se poate face sistematizat apelând la noţiunile de *impedanţă* respectiv *admitanţă* complexă denumite în termenul comun de *imitanţe complexe*.

Pentru aceasta vom considera un dipol liniar şi pasiv ale cărui elmente inductive componente nu au cuplaje magnetice cu exteriorul.

Tensiunea şi curentul la bornele sale au o variaţie sinusoidală Fig.2.6.

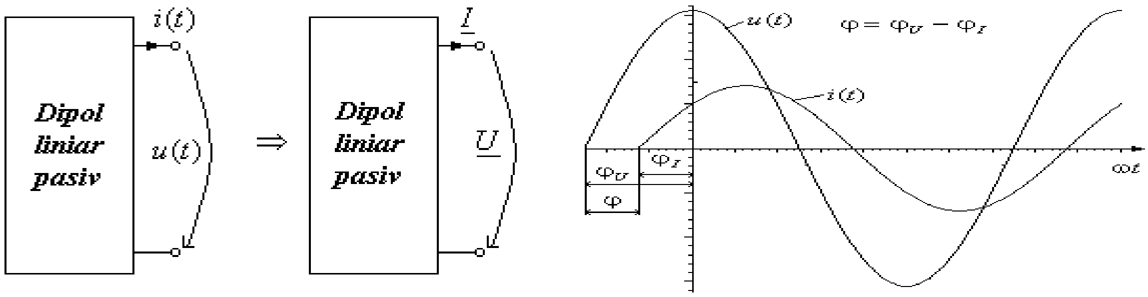


Fig.2.6 Dipol liniar pasiv necuplat magnetic cu exteriorul.

Variaţia în timp a tensiunii şi a curentului la bornele dipolului:

$$\begin{aligned} u(t) &= U\sqrt{2}\sin(\omega t + \varphi_U) \qquad & \underline{U} &= U\,\mathrm{e}^{\mathrm{j}\varphi_U} = U(\cos\varphi_U + \mathrm{j}\sin\varphi_U) \\ i(t) &= I\sqrt{2}\sin(\omega t + \varphi_I) \qquad & \underline{I} &= I\,\mathrm{e}^{\mathrm{j}\varphi_I} = I(\cos\varphi_I + j\sin\varphi_I) \end{aligned} \tag{2.8}$$

Prin definiţie se numeşte *impedanţa complexă* a dipolului raportul dintre imaginile complexe ale tensiunii aplicate la bornele sale şi intensitatea curentului absorbit:

$$\underline{Z} = \frac{\underline{U}}{\underline{I}} = \frac{U}{I}\mathrm{e}^{\mathrm{j}(\varphi_U - \varphi_I)} = Z\,\mathrm{e}^{\mathrm{j}\varphi} = Z(\cos\varphi + \mathrm{j}\sin\varphi) = R + \mathrm{j}X \tag{2.9}$$

Modulul Z [Ω] se numeşte impedanţa reală a dipolului şi argumentul său $\varphi = \varphi_U - \varphi_I$ se numeşte faza dipolului iar:

$$\begin{aligned} R &= \Re e\{\underline{Z}\} = Z\cos\varphi \quad - \quad \text{rezistenta interna echivalenta a dipolului } [\Omega] \\ X &= \Im m\{\underline{Z}\} = Z\sin\varphi \quad - \quad \text{reactanta interna echivalenta a dipolului } [\Omega] \end{aligned} \tag{2.10}$$

În mod evident se pot determina relaţiile:

$$Z = \frac{U}{I} = \sqrt{R^2 + X^2} \qquad \varphi = \mathrm{arctg}\frac{X}{R} \tag{2.11}$$

Prin definiţie Y [S] se numeste *admitanţa complexă* a dipolului raportul dintre imaginile complexe ale intensităţii curentului şi ale tensiunii la bornele sale:

$$\underline{Y} = \frac{\underline{I}}{\underline{U}} = \frac{I}{U}\mathrm{e}^{-\mathrm{j}(\varphi_U - \varphi_I)} = Y\,\mathrm{e}^{\mathrm{j}\varphi} = Y(\cos\varphi - \mathrm{j}\sin\varphi) = G - \mathrm{j}\,B \tag{2.12}$$

În relaţia (2.12) se identifică G – conductanţa echivalentă şi B – susceptanţa echivalentă ca parte reală respectiv, coeficient schimbat de semn al părţii imaginare din $\underline{Y}$.

$$\begin{aligned} G &= \Re e\{\underline{Y}\} = Y\cos\varphi \quad - \quad \text{conductanta interna echivalenta a dipolului } [\mathrm{S}] \\ B &= \Im m\{\underline{Y}\} = Y\sin\varphi \quad - \quad \text{susceptanta interna echivalenta a dipolului } [\mathrm{S}] \end{aligned} \tag{2.13}$$

Ca şi în cazul impedanţei pentru admitanţă avem relaţiile:

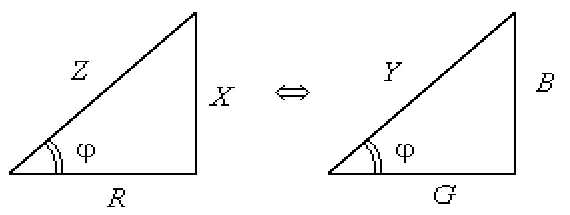
$$Y = \frac{I}{U} = \sqrt{G^2 + B^2} \qquad \varphi = \mathrm{arctg}\frac{B}{G} \tag{2.14}$$

Observăm că admitanţa (reală sau complexă) constituie inversul impedanţei (reale sau complexe).

Prin urmare între parametrii arătaţi mai sus se pot determina o serie de relaţii:

$$\begin{aligned} &\underline{Y} = \frac{1}{\underline{Z}} \qquad R = \frac{G}{Y^2} = GZ^2 \qquad X = \frac{B}{Y^2} = BZ^2 \\ &Y = \frac{1}{Z} \qquad G = \frac{R}{Z^2} = RY^2 \qquad B = \frac{X}{Z^2} = XY^2 \end{aligned} \tag{2.15}$$

Având în vedere relaţiile (2.11) şi (2.14) observăm că este posibilă construirea a două triunghiuri dreptunghice numite generic al impedanţelor respectiv, al admitanţelor (Fig.2.7).



$$Z = \sqrt{R^2 + X^2}$$

$$Y = \sqrt{G^2 + B^2}$$

$$Y = 1/Z$$

Fig.2.7 Triunghiurile imitanţelor

Mai trebuie precizat că dipolul liniar şi pasiv necuplat cu exteriorul trebuie în mod obligatoriu să satisfacă condiţia:

$$\varphi \in \left[-\frac{\pi}{2},\ \frac{\pi}{2}\right] \tag{2.16}$$

Condiţia (2.15) este echivalentă cu $\Re e\{\underline{Z}\} = R \geq 0$.

Dacă $\Im m\{\underline{Z}\} > 0$ sau $\varphi > 0$ vom spune că avem un regim preponderent inductiv.

În acest caz putem echivala întreg dipolul fie serie fie paralel (după cum lucrăm în impedanţă sau admitanţă) cu un rezistor în conexiune cu o inductivitate.

La legarea serie

$$R = \Re e\{\underline{Z}\}$$
$$X_L = \Im m\{\underline{Z}\} \Rightarrow L = \frac{X_L}{\omega}$$

La legarea paralel

$$G = \Re e\{\underline{Y}\}$$
$$B_L = \Im m\{\underline{Y}\} \Rightarrow L = \frac{1}{\omega B_L} \tag{2.17}$$

Dacă $\Im m\{\underline{Z}\} < 0$ sau $\varphi < 0$ vom spune că avem un regim preponderent capacitiv.

În acest caz putem echivala întreg dipolul fie serie fie paralel (după cum lucrăm în impedanţă sau admitanţă) cu un rezistor în conexiune cu o capacitate.

La legarea serie

$$R = \Re e\{\underline{Z}\}$$
$$X_C = \Im m\{\underline{Z}\} \Rightarrow C = \frac{1}{\omega X_C}$$

La legarea paralel

$$G = \Re e\{\underline{Y}\}$$
$$B_C = \Im m\{\underline{Y}\} \Rightarrow C = \frac{B_C}{\omega} \tag{2.18}$$

2.5. PUTERI DEFINITE ÎN CIRCUITE DE CURENT ALTERNATIV SINUSOIDAL

Pentru a putea defini puterile în regim periodic sinusoidal vom considera din nou cazul dipolului electric liniar, pasiv şi necuplat inductiv cu exteriorul (Fig.2.6).

<u>*Puterea instantanee*</u> – p se defineşte ca puterea primită în fiecare moment la borne şi este produsul dintre valorile instantane e ale tensiunii şi intensităţii curentului electric, având următoarea expresie:

$$p(t) = u(t)i(t) = UI[\cos(\varphi_U - \varphi_I) - \cos(2\omega t + \varphi_U + \varphi_I)] \tag{2.19}$$

Aşa cum se observă din relaţia (2.19) puterea instantanee conţine doi termeni: un termen constant ce caracterizează schimbul mediu de putere al dipolului cu exteriorul şi un termen alternativ ce pulsează cu dublul frecvenţei tensiunii aplicate.

<u>*Puterea activă*</u> – P este prin definiţie media în raport cu timpul a puterii instantanee:

$$P = \langle p \rangle = \frac{1}{T}\int_{t_0}^{t_0+T} p(t)\,\mathrm{d}\,t = UI\cos(\varphi_U - \varphi_I) = UI\cos\varphi \quad [\mathrm{W}] \tag{2.20}$$

Având în vedere relaţia (2.16), puterea activă este întotdeauna pozitivă şi este deci primită de dipolul liniar şi pasiv.

Luând în considerare relaţiile precizate în cazul dipolului liniar, puterea activă consumată de acesta poate fi exprimată şi în funcţie de rezistenţa, respectiv conductanţa acestuia :

$$P = RI^2 = GU^2 \tag{2.21}$$

Puterea activă este consumată de elementele active dintr-un circuit (rezistenţele) unitatea de masură a acesteia fiind watt-ul (W).

<u>*Puterea reactivă*</u> – Q primită de dipol se defineşte prin analogie cu puterea activă:

$$Q = UI \sin\varphi \quad [\mathrm{VAR}] \tag{2.22}$$

Această putere îşi schimbă semnul odată cu defajajul φ dintre tensiune şi curent, astfel încât poate fi atât pozitivă cât şi negativă, deci atât primită cât şi cedată de dipol.

Ca şi în cazul puterii active, puterea reactivă poate fi exprimată în funcţie de reactanţe sau susceptanţe:

$$Q = XI^2 = BU^2 \tag{2.23}$$

Puterea reactivă este "consumată" de elementele reactive din circuit (bobinele, condensatoarele şi cuplajele magnetice între bobine), unitatea de masură fiind volt-amperul reactiv (VAR).

<u>*Puterea aparentă*</u> – S este prin definiţie produsul dintre valorile efective ale tensiunii şi intensităţii curentului:

$$S = UI \quad [\mathrm{VA}] \tag{2.24}$$

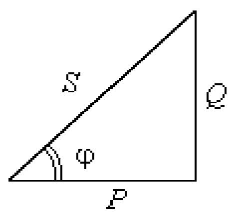
Ca şi în cazurile precedente putem exprima puterea aparentă în funcţie de imitanţele dipolului liniar şi pasiv:

$$S = ZI^2 = YU^2 \tag{2.25}$$

Puterea aparentă este un indicator asupra funcţionării circuitului fiind maximul puterii active la $\varphi = 0$, respectiv al puterii reactive la $\varphi = \pi/2$. Unitatea de masură pentru puterea aparentă este volt-amperul (VA).

Având în vedere modul de definiţie al acestor puteri se poate vorbi, ca şi în cazul imitanţelor, de un triunghi al celor trei puteri: activă, reactivă şi aparentă.

În Fig.2.8 este reprezentat triunghiul puterilor precum şi relaţiile de calcul ale puterilor active şi reactive, în funcţie de puterea aparentă.



$$S = \sqrt{P^2 + Q^2}$$

$$P = S\cos\varphi$$

$$Q = S\sin\varphi$$

Fig.2.8 Triunghiul puterilor

O mărime foarte importantă din punct de vedere energetic este <u>*factorul de putere*</u> k_P definit ca raportul dintre puterea activă consumată de dipol şi puterea aparentă:

$$k_P = \frac{P}{S} = \cos\varphi \in [0 \;\; 1] \tag{2.26}$$

O sinteză a puterilor definite mai sus este <u>*puterea complexă*</u> $\underline{S}$ definită ca produs între imaginea complexă a tensiunii aplicată dipolului şi imaginea complex conjugată a intensităţii curentului absorbit:

$$\underline{S} = \underline{U}\,\underline{I}^* = S\,\mathrm{e}^{\mathrm{j}\varphi} = S(\cos\varphi + \mathrm{j}\sin\varphi) = P + \mathrm{j}Q \tag{2.27}$$

Aşa cum se poate observa modulul puterii complexe reprezintă puterea aparentă, partea sa reală se identifică cu puterea activă iar coeficientul părţii imaginare cu puterea reactivă definite la dipol.

Relatia (2.28) precizează aceste observaţii.

$$\left|\underline{S}\right| = S \qquad P = \Re e\{\underline{S}\} \qquad Q = \Im m\{\underline{S}\} \tag{2.28}$$

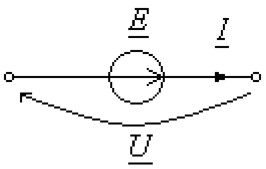
Din aceste motive în calculul de puteri se procedează direct la calculul puterii complexe după care se identifică puterile active şi reactive separând componentele sale.

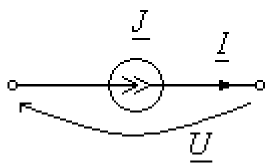
Elementele active de circuit– sursele de energie (sursele de tensiune respectiv, sursele de curent) sunt furnizoarele de putere complexă în circuit.

În cazul sursei de tensiune, puterea aparentă complexă este dată de produsul dintre imaginea în complex a tensiunii la bornele sale şi imaginea în complex conjugată a curentului debitat ce parcurge sursa.

Pentru sursa de curent, puterea aparentă complexă este dată de produsul dintre imaginea în complex a tensiunii la bornele sale şi imaginea în complex conjugată a curentului debitat de sursă.

Pentru ambele surse relaţiile sunt luate cu semnul plus dacă sensurile alese de tensiune şi curent respectă regula de tip generator, altfel puterile complexe prezintă semnul minus în faţa expresiilor sus menţionate.





$$\underline{S} = \underline{E}\,\underline{I}^{*} \qquad \underline{S} = \underline{U}\,\underline{J}^{*} \tag{2.29}$$

Trebuie menţionat că sensul tensiunii la bornele sursei de curent trebuie ales de la extremitatea indicată de săgeată la bază.

Puterea complexă totală în cazul unui circuit este alcătuită din suma tuturor puterilor complexe date de toate sursele de energie (tensiune şi curent) din circuit; partea sa reală trebuie să fie egală cu puterea activă, iar partea imaginară este egală cu puterea reactivă a circuitului.

$$\underline{S} = \sum_{k=1}^{n} \underline{E}_k \underline{I}_k^{*} + \sum_{l=1}^{n} \underline{U}_k \underline{J}_k^{*} = P + \mathrm{j}Q$$

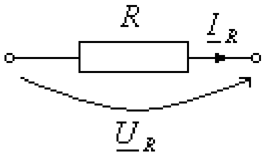
$$P = \sum_{k=1}^{n} R_k I_k^2 \quad Q = \sum_{k=1}^{n} \omega L_k I_k^2 - \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{\omega C_k} I_k^2 \pm \sum_{k=1}^{n}\sum_{l=1}^{m} 2M_k \Re e\{\underline{I}_k \underline{I}_l^{*}\} \tag{2.30}$$

Dacă se calculează separat puterea activă respectiv, puterea reactivă trebuie să avem identităţile $P = \Re e\{\underline{S}\}$, respectiv $Q = \Im m\{\underline{S}\}$.

Acestă verificare constituie o verificare a bilanţului de puteri în circuitele de curent alternativ.

2.6. COMPORTAREA ELEMENTELOR PASIVE DE CIRCUIT ÎN REGIM PERIODIC SINUSOIDAL

Rezistorul ideal – descrierea în regim periodic sinusoidal este dată în principal de ecuaţia sa de funcţionare transpusă în complex.



$$\underline{U} = R\underline{I} \quad \underline{Z} = \frac{\underline{U}}{\underline{I}} = R$$

$$\Re e\{\underline{Z}\} = R \quad \Im m\{\underline{Z}\} = 0$$

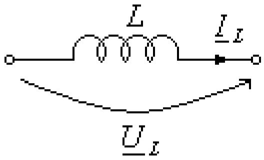
$$\underline{S} = \underline{U}\,\underline{I}^* = RI^2$$

$$P = RI^2 \quad Q = 0$$

$$\varphi = 0 \quad \cos\varphi = 1$$

Prin urmare, în cazul rezistorului ideal, curentul ce îl parcurge este în fază cu tensiunea, iar acesta consumă numai putere activă.

Bobina ideală – ecuaţia de funcţionare a bobinei ideale ne conduce la următoarea descrierea în complex.



$$\underline{U} = \mathrm{j}\omega L\underline{I} \quad \underline{Z}_L = \frac{\underline{U}}{\underline{I}} = \mathrm{j}\omega L$$

$$\Re e\{\underline{Z}\} = 0 \quad \Im m\{\underline{Z}\} = X_L = \omega L$$

$$\underline{S} = \underline{U}\,\underline{I}^* = \mathrm{j}\omega L I^2$$

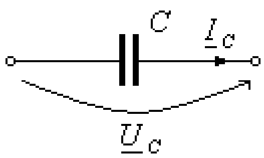
$$P = 0 \quad Q = \omega L I^2 > 0$$

$$\varphi = \frac{\pi}{2} \quad \cos\varphi = 0$$

În cazul bobinei ideale tensiunea este defazată înainte faţă de curent cu $\pi/2$, iar aceasta consumă numai putere reactivă.

Termenul $X_L = \omega L > 0$ se numeşte reactanţă inductivă a bobinei şi este o caracteristică a bobinei pentru o anumită frecvenţă.

Condensatorul ideal – ecuaţia de funcţionare a condensatorului ideal ne conduce la următoarea descriere în complex.



$$\underline{U} = -\frac{\mathrm{j}}{\omega C}\underline{I} \quad \underline{Z}_L = \frac{\underline{U}}{\underline{I}} = -\frac{\mathrm{j}}{\omega C}$$

$$\Re e\{\underline{Z}\} = 0 \quad \Im m\{\underline{Z}\} = X_C = -\frac{1}{\omega C}$$

$$\underline{S} = \underline{U}\,\underline{I}^* = -\frac{\mathrm{j}}{\omega C} I^2$$

$$P = 0 \quad Q = -\frac{1}{\omega C} I^2 < 0$$

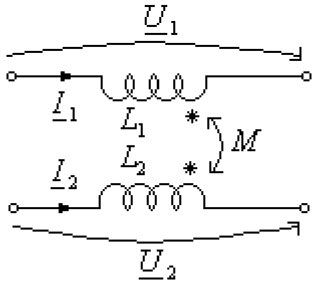
$$\varphi = -\frac{\pi}{2} \quad \cos\varphi = 0$$

În cazul condensatorului ideal tensiunea este defazată înainte faţă de curent cu $-\pi/2$, iar aceasta consumă numai putere reactivă.

Termenul $X_C = -\dfrac{1}{\omega C} < 0$ se numeşte reactanţă capacitivă a condensatorului şi este o caracteristică a condensatorului pentru o anumită frecvenţă. De cele mai multe ori se indică numai valoarea absolută a acestei reactanţe de semnul ei ţinându-se cont explicit numai la scrierea ecuaţiilor circuitului şi la bilanţul de puteri.

Bobine ideale cuplate magnetic – vom considera două bobine ideale de inductivităţi proprii L_1 respectiv, L_2 şi de inductivitate mutuală $L_{12} = L_{21} = M$.

Ecuaţiile caracteristice acestor bobine rezultă din scrierea ecuaţiilor de tensiuni:



$$
\begin{aligned}
&\underline{U}_1 = \mathrm{j}\omega L_1 \underline{I}_1 \pm \mathrm{j}\omega M \underline{I}_2 \\
&\underline{U}_1 = \mathrm{j}\omega L_2 \underline{I}_2 \pm \mathrm{j}\omega M \underline{I}_1 \\
&\underline{Z}_m = \left(\frac{\underline{U}_1}{\underline{I}_2}\right)_{I_1=0} = \left(\frac{\underline{U}_2}{\underline{I}1}\right)_{I_2=0} = \mathrm{j}\omega M \\
&X_m = \omega M
\end{aligned}
\tag{2.31}
$$

Semnele $\pm$ din scrierea ecuaţiilor de tensiuni se decid în funcţie de poziţia bornelor polarizate faţă de curenţii ce parcurg bobinele: dacă ambii curenţi intră sau ies este semnul plus, altfel semnul este minus.

Termenul $X_m = \omega M$ reprezintă o caracterizare cantitativă a cuplajului şi reprezintă reactanţa inductivă mutuală a celor două bobine cuplate magnetic.

Puterea complexă a cuplajului va fi:

$$
\underline{S} = \underline{U}_1 \underline{I}_1^* + \underline{U}_2 \underline{I}_2^* = \mathrm{j}\left[\omega L_1 I_1^2 + \omega L_1 I_1^2 + 2M\omega I_1 I_2 \cos(\underline{I}_1 \underline{I}_2)\right]
$$

$$
P = 0 \qquad\qquad Q = \omega L_1 I_1^2 + \omega L_1 I_1^2 + 2M\omega I_1 I_2 \cos(\underline{I}_1 \underline{I}_2) \tag{2.32}
$$

Aşa cum se observă din relaţia de mai sus, sistemul nu consumă decât putere reactivă. Ultimul termen din expresia puterii reactive este datorat cuplajului magnetic şi este numit şi putere reactivă de cuplaj.

$$
Q_m = 2M\omega I_1 I_2 \cos(\underline{I}_1 \underline{I}_2) = \pm 2M\omega \Re e\left\{\underline{I}_1 \underline{I}_2^*\right\} \qquad \Re e\left\{\underline{I}_1 \underline{I}_2^*\right\} = \Re e\left\{\underline{I}_2 \underline{I}_1^*\right\} \tag{2.32}
$$

Puterea reactivă datorată cuplajului poate fi pozitivă sau negativă după cum curenţii ce parcurg bobinele cuplate intră sau ies din bornele polarizate.

Separarea cuplajelor magnetice

Sunt cazuri în care problemele prezintă anumite simplificări dacă se procedează la desfacerea cuplajelor magnetice.

Separarea cuplajelor magnetice este posibilă dacă cele două bobine cuplate magnetic au un punct comun.

În acestă situaţie, în funcţie de poziţia bornelor polarizate şi de curenţii electrici prin bobine, cuplajul magnetic este eliminat introducându-se pe latura ce porneşte din nodul comun o nouă bobină ce are inductivitatea în funcţie de inductivitatea de cuplaj.

Valorile inductivităţilor bobinelor cuplate şi ale bobinei ce apare pe latura de nod comun se pot uşor determina scriind ecuaţiile de tensiuni pentru cele două bobine.

Se obţin în felul acesta următoarele rezultate sintetizate în Fig. 2.9.

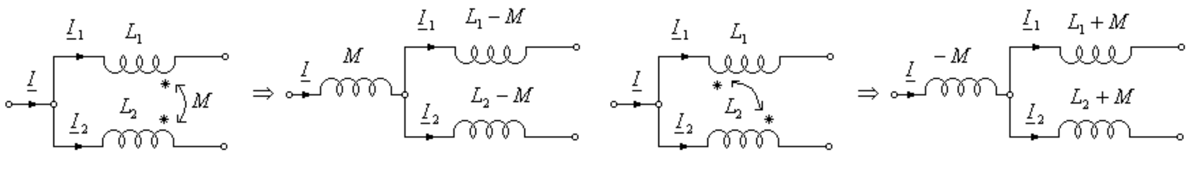


Fig.2.9 Desfacerea cuplajelor magnetice.

Prin urmare, dacă curenţii au acelaşi sens faţă de bornele polarizate (intră sau ies), inductivităţile magnetice ale celor două bobine scad cu $-M$, iar pe latura de nod comun se adaugă o bobină de inductivitate M.

Dacă curenţii au sens contrar faţă de bornele polarizate (unul intră celălalt iese sau invers), inductivităţile magnetice ale celor două bobine cresc cu M, iar pe latura de nod comun se adaugă o bobină de inductivitate $-M$.

2.7. METODE DE REZOLVARE A CIRCUITELOR ELECTRICE MONOFAZATE DE CURENT ALTERNATIV.

O primă medodă de rezolvare a circuitelor electrice monofazate de curent alternativ este <u>*metoda directă*</u> care constă în scrierea ecuaţiilor lui Kirchhoff în reprezentările specifice regimului permanent sinusoidal.

Pentru a prezenta modul de scriere al ecuaţiilor date de teoremele lui Kirchhoff vom considera un circuit liniar complet format din *L* laturi şi *N* noduri; corespunzător, numărul buclelor independente este *B=L-N+1*.

În cazul cel mai general fiecare latură de circuit se presupune alcătuită dintr-un rezistor de rezistenţă R_k, un condensator de capacitate C_k, şi o bobină de inductivitate proprie L_k, eventual cuplată magnetic cu bobinele altor laturi, inductivităţile mutuale corespunzatoare având valorile L_{kk}.

<u>*Prima teoremă a lui Kirchhoff*</u> în aceste condiţii se poate enunţa:

"*Suma algebrică a imaginilor în complex ale intensităţilor curenţilor din laturile incidente la un nod este nulă*".

$$\sum_{k\in(j)} \underline{I}_k = 0 \qquad j = 1,2,\dots,N-1 \tag{2.33}$$

<u>*A doua teoremă a lui Kirchhoff*</u> devine:

"*Suma algebrică a imaginilor în complex ale căderilor de tensiune pe laturile unei bucle este egală cu suma algebrică (considerată în acelaşi sens de parcurgere) a tensiunilor electromotoare din laturile aceleiaşi borne*":

$$\sum_{k\in(p)} \left[\left(R_k + \mathrm{j}\omega L_k - \frac{\mathrm{j}}{\omega C_k} \right) \underline{I}_k + \sum_{h(\neq k)} \mathrm{j}\omega L_{kk} \underline{I}_k \right] = \sum_{k\in(p)} \underline{E}_k \qquad p = 1,2,\dots,B \tag{2.34}$$

Aşa cum se poate observa, ecuaţiile (2.33), respectiv (2.35), formează un sistem complet de ecuaţii algebrice liniare neomogene, cu coeficienţi constanţi, în care necunoscutele sunt imaginile complexe ale intensităţiilor curenţilor.

Dacă se notează cu $\underline{Z}_k$ impedanţa complexă a laturii complete *k* şi cu $\underline{Z}_{kk}$ impedanţa complexă a cuplajului:

$$\underline{Z}_k = \underline{Z}_{R_k} + \underline{Z}_{L_k} + \underline{Z}_{C_k} = R_k + \mathrm{j}\omega L_k - \frac{\mathrm{j}}{\omega C_k} \qquad \underline{Z}_{kk} = \mathrm{j}\omega L_{kk} \tag{2.35}$$

Folosind notaţiile din relaţia (2.35), ecuaţiile lui Kirchhoff în complex vor deveni:

$$\begin{aligned} &\sum_{k\in(j)} \underline{I}_k = 0 \qquad j = 1,2\ldots N-1; \\ &\sum_{k\in(p)} \left(\underline{Z}_k \underline{I}_k + \sum_{h(\neq k)} \underline{Z}_{kk} \underline{I}_k \right) = \sum_{h\in(p)} \underline{E}_k \qquad p = 1,2,\ldots B; \end{aligned} \tag{2.36}$$

În ecuaţiile (2.33), (2.34), cât şi în setul de ecuaţii (2.36), sumările algebrice sunt făcute pentru toate laturile k incidente la un nod j, respectiv aparţinând unei bucle p.

Cu ajutorul celor două teoreme se scriu (N-1), respectiv B ecuaţii liniar independente alcătuind un sistem de L ecuaţii independente liniare şi neomogene.

Forma (2.36) evidenţiază caracterul algebric al acestor ecuaţii în raport cu necunoscuta $\underline{I}_k$.

Modul concret de a aplicare a metodei presupune parcurgerea următoarelor etape:

1. Calculul impedanţelor complexe ale laturilor circuitului ca şi a formei complexe a semnalelor de excitaţie, date de obicei în expresii sub forma instantanee.

2. Propunând anumite sensuri pentru curenţii prin laturi (absolut arbitrare), se scriu ecuaţiile (2.36) ale circuitului direct în forma complexă.

3. Se rezolvă sistemul de ecuaţii astfel obţinut, determinând intensităţile necunoscute ale curenţilor în imagine complexă $\underline{I}_k = I_k \, \mathrm{e}^{\mathrm{j}\varphi_k}$.

4. Pe baza regulii de corespondenţă biunivocă cunoscută, se scriu apoi expresiile instantanee ale acestor curenţi: $i_k(t) = I\sqrt{2}\sin(\omega t + \varphi_k)$. De obicei în paralel cu rezolvarea analitică a sistemului se realizează şi diagrama sa fazorială.

5. Validarea soluţiei obţinute se poate face verificând bilanţul puterilor prin calcularea puterii complexe şi separat a puterii active şi reactive consumate de circuit – relaţiile (2.30).O altă metodă de verificare a expresiei curenţilor obţinuţi este prin calcularea tensiunii între două puncte oarecare ale circuitului pe căi diferite.

Pentru calculul tensiunii între două puncte A şi B (care pot fi noduri sau simple borne) ale circuitului, se alege mai întâi o cale (C_{AB}) care să unească aceste puncte, urmărind numai laturi ale circuitului. Aplicând teorema potenţialului electric corespunzătoare acestui regim periodic rezultă:

$$\underline{U}_{AB} = \sum_{k\in(C_{AB})} \underline{U}_k \tag{2.37}$$

În (2.37) $\underline{U}_k$ reprezintă tensiunea la bornele unei laturi k ce aparţine căii C_{AB} alese.

Pe de altă parte, imaginea complexă a tensiunii la bornele laturii respective este, folosind notaţiile (2.36):

$$\underline{U}_k = \underline{Z}_k \underline{I}_k + \sum_{h(\neq k)} \underline{Z}_{kk} \underline{I}_k - \underline{E}_k \tag{2.38}$$

Prin urmare se va obţine în final:

$$\underline{U}_{AB} = \sum_{k\in(C_{AB})} \left(\underline{Z}_k \underline{I}_k + \sum_{h(\neq k)} \underline{Z}_{kk} \underline{I}_k - \underline{E}_k \right) \tag{2.39}$$

Este foarte important de observat că dacă între elementele inductive ale circuitului nu există cuplaje magnetice ($\underline{Z}_{mkh} = 0$, pentru orice $k \neq h$), sistemul de ecuaţii (2.36) capătă o formă mult mai simplă:

$$\begin{aligned} &\sum_{k\in(j)} \underline{I}_k = 0 \qquad j = 1,2\ldots N-1; \\ &\sum_{k\in(p)} \underline{Z}_k \underline{I}_k = \sum_{h\in(p)} \underline{E}_k \qquad p = 1,2,\ldots B; \end{aligned} \tag{2.40}$$

Forma de ecuaţii (2.40) este foarte asemănătoare cu ecuaţiile Kirchhoff ce descriu rezolvarea circuitelor de curent continuu tratate în capitolul 1.

Analogia formală dintre ecuaţiile de descriere ale circuitelor de curent continuu şi cele de curent alternativ poate fi descrisă de următorul tabel:

c.c		c.a.	c.c		c.a.
R		$\underline{Z}$	E		$\underline{E}$
G	$\Rightarrow$	$\underline{Y}$	J	$\Rightarrow$	$\underline{J}$
I		$\underline{I}$	U		$\underline{U}$

Fig.2.10. Analogia formală dintre mărimile din circuitele de c.c şi cele de c.a.

Dualismul prezentat în Fig.2.10. arată că în cazul circuitelor de curent alternativ fără cupalaje magnetice se pot folosi, fară nici o modificare, teoremele şi metodele de calcul stabilite pentru circuitele de curent continuu (vezi capitolul 1).

În mod evident, unele deosebiri care vor fi accentuate în cele ce urmează, vor apărea la circuitele ce conţin cuplaje magnetice, datorită impedanţei mutuale de cuplaj $\underline{Z}_m = \mathrm{j}\omega L_m$, fără corespondent în circuitele de curent continuu.

Teoreme de echivalenţă în circuitele de curent alternativ

Deseori, un circuit de o complexitate mai ridicată din punct de vedere al numărului elementelor (active şi pasive) pe care acesta le conţine, poate fi echivalat cu un circuit mai simplu dacă se ţine seama de anumite teoreme de echivalenţă (transfigurări) care pot fi aplicate circuitului.

<u>Teorema de echivalenţă dintre sursele de energie</u> – ca şi în cazul surselor de curent continuu şi sursele de curent alternativ pot fi transformate fie în surse de tensiune (cele de curent), fie în surse de curent (cele de tensiune).

În Fig. 5 se ilustrează acest lucru, cu menţiunea că în curent alternativ $R \to \underline{Z} \quad G \to \underline{Y} \quad E \to \underline{E} \quad J \to \underline{J}$

$$\underline{J} = \frac{\underline{E}}{\underline{Z}} \qquad \underline{Y} = \frac{1}{\underline{Z}} \tag{2.41}$$

<u>Conectarea elementelor de circuit</u> – poate fi realizată serie sau paralel în mod absolut analog ca şi cel al elementelor de curent continuu.

Conectarea serie precum şi divizorul de tensiune (Fig.1.6 $R_k \rightarrow \underline{Z}_k$) are următoarele rezultate:

$$\underline{E} = \sum_{k=1}^{n} \underline{E}_k \qquad R = \sum_{k=1}^{n} R_k \qquad \underline{U}_k = \underline{Z}_k \underline{I}_k$$

$$\underline{Z} = \sum_{k=1}^{n} \underline{Z}_k \qquad X = \sum_{k=1}^{n} X_k \qquad \underline{U}_k = \frac{\underline{Z}_k}{\underline{Z}} \underline{U} \tag{2.42}$$

Conectarea paralel precum şi divizorul de curent (Fig.1.7 $G_k \rightarrow \underline{Y}_k$) are următoarele rezultate:

$$\underline{J} = \sum_{k=1}^{n} \underline{J}_k \quad \underline{J} = \frac{\underline{E}}{\underline{Z}} \qquad G = \sum_{k=1}^{n} G_k \qquad \underline{I}_k = \underline{Y}_k \underline{U}$$

$$\underline{Y} = \sum_{k=1}^{n} \underline{Y}_k \quad \underline{J}_k = \frac{\underline{E}_k}{\underline{Z}_k} \qquad B = \sum_{k=1}^{n} B_k \qquad \underline{I}_k = \frac{\underline{Y}_k}{\underline{Y}} \underline{I} \tag{2.43}$$

<u>Transfigurarea stea-tringhi</u> are aceleaşi rezultate ca şi în cazul circuitelor de curent continuu (Fig.1.12 $R \rightarrow \underline{Z}$), astfel:

Transfigurarea triunghi-stea — Transfigurarea stea-triunghi

$$\underline{Z}_1 = \frac{\underline{Z}_{12}\underline{Z}_{31}}{\underline{Z}_{12} + \underline{Z}_{23} + \underline{Z}_{31}} \qquad \underline{Z}_{12} = \underline{Z}_1 + \underline{Z}_2 + \frac{\underline{Z}_1\underline{Z}_2}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2}$$

$$\underline{Z}_1 = \frac{\underline{Z}_{23}\underline{Z}_{12}}{\underline{Z}_{12} + \underline{Z}_{23} + \underline{Z}_{31}} \qquad \underline{Z}_{23} = \underline{Z}_2 + \underline{Z}_3 + \frac{\underline{Z}_2\underline{Z}_3}{\underline{Z}_2 + \underline{Z}_3} \tag{2.44}$$

$$\underline{Z}_1 = \frac{\underline{Z}_{31}\underline{Z}_{23}}{\underline{Z}_{12} + \underline{Z}_{23} + \underline{Z}_{31}} \qquad \underline{Z}_{31} = \underline{Z}_3 + \underline{Z}_1 + \frac{\underline{Z}_3\underline{Z}_1}{\underline{Z}_3 + \underline{Z}_1}$$

<u>Teoremele lui Thevenin şi Norton</u> – continuând analogia cu circuitele de curent continuu cu modificările următoare: în cazul teoremei lui Thevenin (Fig. 1.14) $E_0 \rightarrow \underline{E}_0 \quad E \rightarrow \underline{E} \quad R_0 \rightarrow \underline{Z}_0 \quad R \rightarrow \underline{Z}$ în cazul teoremei lui Norton (Fig. 1.15) $\mathrm{J}_0 \rightarrow \underline{\mathrm{J}}_0 \quad \mathrm{J} \rightarrow \underline{\mathrm{J}} \quad \mathrm{G}_0 \rightarrow \underline{\mathrm{Y}}_0 \quad \mathrm{Y} \rightarrow \underline{\mathrm{Y}}$;

Torema lui Thevenin — Teorema lui Norton

$$\underline{I} = \frac{\underline{E}_0 \pm \underline{E}}{\underline{Z}_0 + \underline{Z}} \qquad \underline{U} = \frac{\underline{J}_0 \pm \underline{J}}{\underline{Y}_0 + \underline{Y}}$$

$$\text{dacă } \underline{\mathrm{E}} = 0 \qquad \text{dacă } \underline{J} = 0 \tag{2.45}$$

$$\underline{I} = \frac{\underline{E}_0}{\underline{Z}_0 + \underline{Z}} \qquad \underline{U} = \frac{\underline{J}_0}{\underline{G}_0 + \underline{G}}$$

<u>Teorema transferului maxim de putere</u> – impune ca pentru un trasfer maxim de putere de la un dipol la o sarcina $\underline{Z}$ ca valoarea impedanţei interne a dipolului $\underline{Z}_0$ să fie egală cu conjugata impedanţei circuitului exterior.

Prin urmare, ca transferul de putere sa fie maxim, trebuie ca (Fig.16 $R_0 \to \underline{Z}_0 \quad R \to \underline{Z}$). O astfel de sarcină se numeşte *sarcină adaptată* dipolului.

$$\underline{Z} = \underline{Z}^* \qquad R = R_0 \qquad X = -X_0 \tag{2.46}$$

Ca şi în curent continuu şi de această dată randamentul trasmisiei este destul de mic (de numai 50 %), randament foarte scăzut faţă de nivelul acestuia în cazul transmiterii energiei.

Pasivizarea elementelor active se face la fel ca şi în curent continuu cu aceleaşi substituţii ca şi la teoremele anterioare.(Fig 1.13).

2.8. ASUPRA METODELOR SISTEMATICE DE REZOLVARE A CIRCUITELOR DE CURENT ALTERNATIV CE CONŢIN BOBINE CUPLATE MAGNETIC

Pentru a reduce volumul calculelor necesare rezolvării unui circuit în cazul unui circuit, în cazul circuitelor de c.a. sinusoidal se pot aplica aceleaşi două metode sistematice folosite şi în rezolvarea circuitelor de c.c., *metoda curenţilor de contur* (ciclici de buclă) şi *metoda potenţialelor nodurilor*. (vezi capitolul 1).

În cazul în care între laturile circuitului există cuplaje magnetice, forma de aplicare a celor două metode suferă modificări importante.

1) Metoda curenţilor de contur

Formal, existenţa cuplajelor magnetice nu schimbă ecuaţiile circuitului scrise în curenţii de contur – adică în acei curenţi fictivi de intensitate $\underline{I}_p^c$ care se presupune că circulă independent pe fiecare din buclele fundamentale ale circuitului.

Întrucăt intensităţile curenţilor electrici prin laturi se determină ca sume algebrice ale curenţilor de contur ce parcurg laturile respective, prima teorema a lui Kirchhoff se reduce la o simplă identitate; noile ecuaţii în număr egal cu numarul de bucle *B* fundamentale (independente) ale circuitului, reprezintă forma pe care o capată a doua teoremă a lui Kirchhoff în noile variabile :

$$\sum_{p=1}^{B} \underline{Z}_{qp} \underline{I}_p^c = \underline{E}_q^c \tag{2.47}$$

Reamintim şi precizăm că în aceste ecuaţii :

$\underline{Z}_{qq}$ – reprezintă impedanţa proprie a buclei *q*, ea fiind egală cu suma impedanţelor proprii ale laturilor ce alcătuiesc această buclă, la care se adaugă acum şi contribuţiile de forma $2\underline{Z}_m = \pm 2\,j\omega L_m$, datorate cuplajelor magnetice dintre perechile de bobine apartinând *aceluiaşi* ochi, cu semn ce se alege în funcţie de poziţia curentului de contur de intensitate $\underline{I}_q^c$ faţă de bornele polarizate ale celor două bobine;

$\underline{Z}_{qp}$ – reprezintă impedanţa de cuplaj a buclelor *p* şi *q* ea este egală cu suma impedanţelor proprii ale laturilor comune celor două bucle (luate cu semnul + sau – , după cum curenţii de contur $\underline{I}_q^c$ şi $\underline{I}_p^c$ au sau nu acelaşi sens în aceste laturi), la care se adaugă suma impedanţelor mutuale dintre perechile de bobine aparţinând câte una fiecărei bucle (semnele acestora rezultă din modul în care se asociază sensul fiecărui curent de contur cu borna polarizată a bobinei corespunzătoare Fig.2.11).

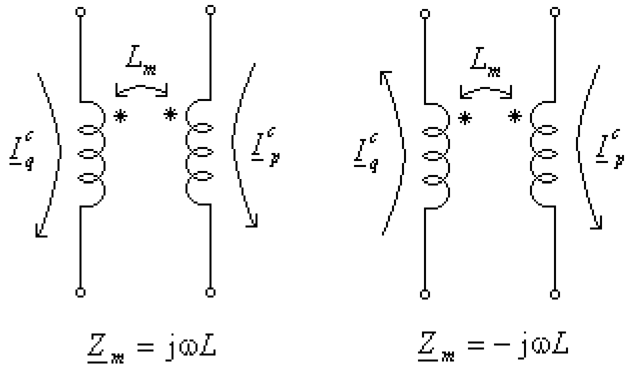


Fig.2.11.Contribuţia cuplajelor magnetice la impedanţele dintre bucle.

Coeficienţii $\underline{E}_q^c$ numiţi t.e.m. de contur, reprezintă suma algebrică a t.e.m. din laturile buclei q, sumă ce se efectuează în raport cu sensul curentului de intensitate $\underline{I}_q^c$.

1) Metoda potenţialelor nodurilor

Aceasta metodă poate fi aplicată dacă şi numai dacă cuplajele pot fi separate (bobinele cuplate se află pe laturi ce au noduri comune).

Metoda se va aplica apoi pentru circuitul obţinut prin desfacerea cuplajelor urmărind algoritmul specific acestei metode.

Se determină astfel curenţii prin fiecare latură a circuitului.

Tensiunile între diversele puncte ale circuitelor precum şi cele de la bornele elementelor de circuit *nu mai sunt cele reale*.

Pentru a determina tensiunile reale se revine la schema ce conţine cuplaje magnetice şi se determină, folosind teorema a doua a lui Kirchhoff, tensiunile căutate.

Despre determinarea generatoatelor echivalente între diverse puncte ale circuitului

Dacă se doreşte determinarea generatoarelor de tensiune sau curent între două puncte ale unui circuit ce conţine cuplaje magnetice trebuie urmărite două etape.

În primul rând se determină tensiunea între punctele respective (prin una din metodele cunoscute) eliminând din circuit elementele cuprinse între punctele între care se doreşte determinarea generatorului echivalent.

Pentru a determina impedanţa între cele două puncte se pasivizează circuitul (cuplajele între bobine nu se elimină) după care, fie se aplică între cele două puncte o tensiune sinusoidală determinându-se apoi curentul ce o parcurge, fie se aplică între cele două puncte o injecţie de curent sinusoidală determinându-se tensiunea la bornele sale.

Impedanţa între cele două puncte va fi raportul dintre tensiunea aplicată şi curentul ce o parcurge, sau raportul dintre tensiunea la bornele sursei de curent şi valoarea curentului dat de aceasta.